

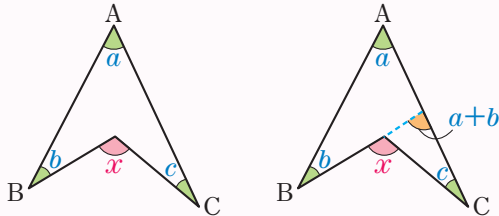
4

複雑な図形の角の和を求めよう

三角形の内角の和や外角を利用して、いろいろな角の和を求めてみよう。

① 多角形の内部に入り組んだ図形の角の和

◎ $\angle x$ を $\angle a, \angle b, \angle c$ で表してみよう。(3つの角を1つに集めよう。)



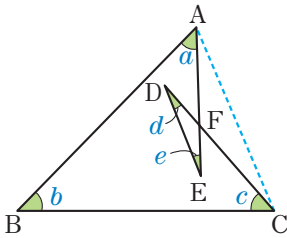
左の図のように線をひくと、
三角形の外角より、

$$\angle x = \angle a + \angle b + \angle c$$

この関係を利用して、
下の(1)の角の和を
求めることもできる。

この関係より、
 $\angle AFC = \angle a + \angle b + \angle c$
また、 $\angle DFE = \angle AFC$
(対頂角で等しい。)
よって、
 $\angle DFE = \angle a + \angle b + \angle c$
 $\triangle DEF$ の内角の和は、
 $\angle d + \angle e + \angle DFE$
 $= \angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e$
 $= 180^\circ$

(1) $\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e$ を求める。

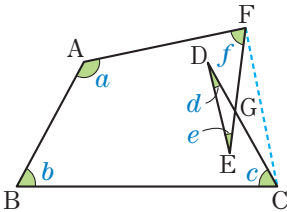


AとCを結んでみる。

$$\begin{aligned} \triangle DEF \text{で、} \angle d + \angle e + \angle DFE &= 180^\circ \\ \triangle AFC \text{で、} \angle FAC + \angle FCA + \angle AFC &= 180^\circ \\ \angle DFE = \angle AFC \text{ (対頂角で等しい。)} & \\ \text{よって、} \angle d + \angle e = \angle FAC + \angle FCA & \\ \angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e & \\ = \angle a + \angle b + \angle c + \angle FAC + \angle FCA &= 180^\circ \end{aligned}$$

三角形の内角の和
 180°

(2) $\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e + \angle f$ を求める。

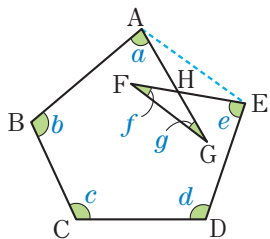


FとCを結んでみる。

$$\begin{aligned} \text{(1)と同様にして、} \angle d + \angle e &= \angle GFC + \angle GCF \\ \angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e + \angle f & \\ = \angle a + \angle b + \angle c + \angle GFC + \angle GCF + \angle f & \\ = 360^\circ & \end{aligned}$$

四角形の内角の和
 $180^\circ \times (4-2)$

(3) $\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e + \angle f + \angle g$ を求める。



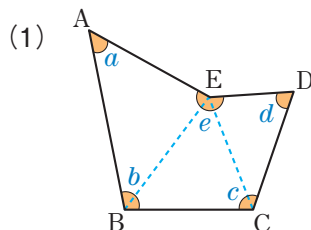
AとEを結んでみる。

$$\begin{aligned} \text{(1)と同様にして、} \angle f + \angle g &= \angle HAE + \angle HEA \\ \angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e + \angle f + \angle g & \\ = \angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e + \angle HAE + \angle HEA & \\ = 540^\circ & \end{aligned}$$

五角形の内角の和
 $180^\circ \times (5-2)$

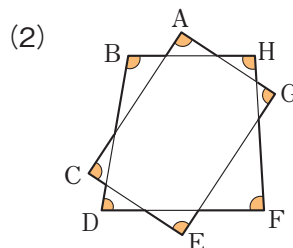
② 多角形の内角の和の利用

(1)～(3)の図形の角の和を求めよう。



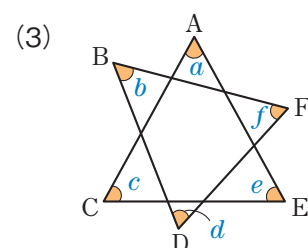
EとB, EとCを結ぶ。

$$\begin{aligned} \angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e & \text{は、} \\ \text{3つの三角形の内角の和となる。} & \\ 180^\circ \times 3 &= 540^\circ \end{aligned}$$



四角形ACEGと四角形BDFHが
重なっていると考える。

$$360^\circ + 360^\circ = 720^\circ$$



$\triangle ACE$ と $\triangle BDF$ が重なって
いると考える。

$$\begin{aligned} \angle a + \angle c + \angle e &= 180^\circ \\ \angle b + \angle d + \angle f &= 180^\circ \\ 180^\circ + 180^\circ &= 360^\circ \end{aligned}$$